

## Gebroken functies

Op het domein  $\langle 0, \rightarrow \rangle$  zijn de functies  $f$  en  $g$  gegeven door:

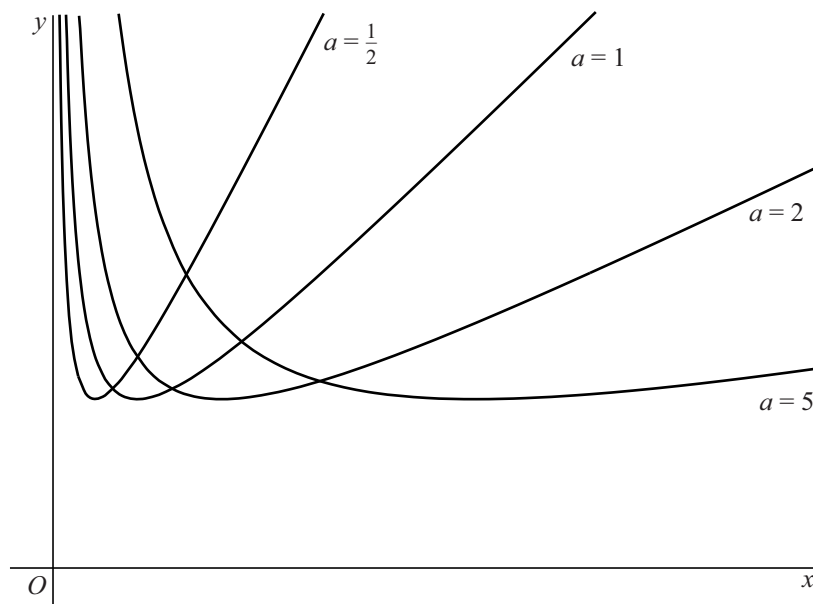
$$f(x) = x + \frac{1}{x} \quad \text{en} \quad g(x) = \frac{x}{4} + \frac{4}{x}$$

- 4p **14** Op het gegeven domein hebben de grafieken van  $f$  en  $g$  één snijpunt.  
Bereken exact de  $x$ -coördinaat van dit snijpunt.

De functies  $f$  en  $g$  zijn voorbeelden van functies met een functievoorschrift van de vorm  $h(x) = \frac{x}{a} + \frac{a}{x}$  met  $a > 0$  en domein  $\langle 0, \rightarrow \rangle$ .

In figuur 1 is voor een aantal waarden van  $a$  de grafiek van  $h$  getekend.

**figuur 1**



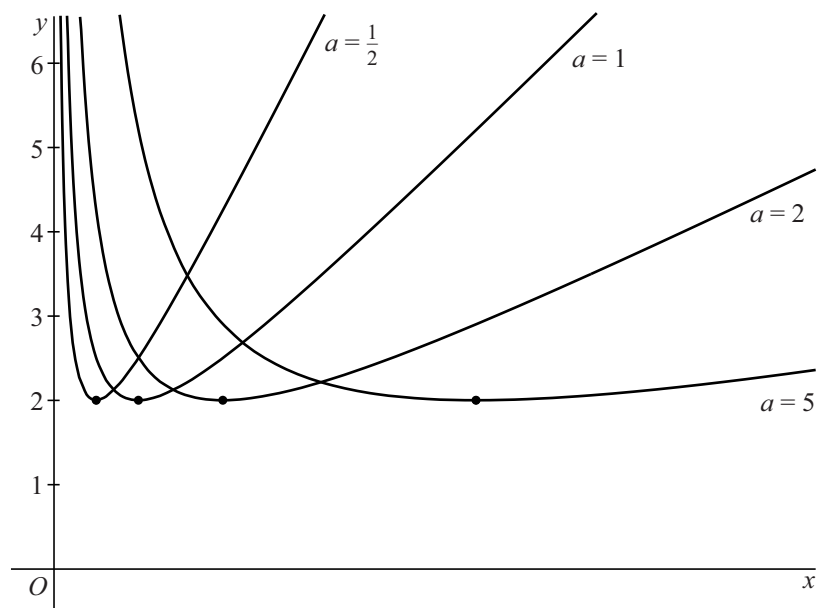
De afgeleide van  $h$  wordt gegeven door:

$$h'(x) = \frac{x^2 - a^2}{ax^2}$$

- 3p **15** Bewijs dit.

Voor elke waarde van  $a$  heeft de grafiek van  $h$  één top. In figuur 2 is voor enkele waarden van  $a$  de top met een stip aangegeven.

**figuur 2**



De  $y$ -coördinaat van elke top in figuur 2 is gelijk aan 2.

Het is zelfs zo dat voor **elke** waarde van  $a$  (met  $a > 0$ ) de  $y$ -coördinaat van de top van de grafiek van  $h$  gelijk is aan 2.

4p **16** Bewijs dit.